段考錦囊

年級：高中一年級

範圍：上學期第一次段考

科目：數學

重點整理

一、一分鐘準備段考

- 基本定義和題型要「熟」，不是只要「會」
- 解出一題難題，勝過解十題簡單的題目，不要逃避不會的題目
- 多做題目，培養對題型的解題感覺
- 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點提醒

- 實數的運算： 結合律、交換律、分配律、消去律
- 實數的次序性質： 三一律、遞移律、加法律、乘法律
- 乘法公式： 平方公式、立方公式、平方差公式
- 有理化因式

三、重點回顧

有理數與無理數

1. 實數中，可表示$\frac{b}{a}$（即分數）的數，稱為有理數；不可表示為$\frac{b}{a}$的數，稱為無理數。（其中 a、b∈Z，a≠0）
2. 有理數係對於“＋”、“－”、“×”、“÷”具有封閉性。
3. 若 a、b∈Q，a≠b，則 a、b 之間至少有一個有理數，稱為有理數的稠密性。
4. a、b、c、d∈Q，若 $a+b\sqrt{3}=c+d\sqrt{3}$，則有理部、無理部各別相等，即 a=c，b=d。

關於實數

1. 實數的運算性質：
   - 結合律：(a+b)+c=a+(b+c)，(ab)c=a(bc)
   - 交換律：a+b=b+a，ab=ba
   - 分配律：a(b+c)=ab+ac
   - 消去律：若 a+b=b+c，則 a=c；若 ac=bc，則 a=b（c≠0）
2. 實數的次序性質：
   - 三一律：a<b，a=b，a>b 三者有一者會成立

- 遞移律：若 $a<b$ 且 $b<c$，則 $a<c$
- 加法律：若 $a<b$，則 $a+c<b+c$
- 乘法律：若 $a<b$ 且 $c>0$，則 $ac<bc$；若 $a<b$ 且 $c<0$，則 $ac>bc$

3. 實數的正定性：

- 若 $a\in R$，則 $a^2\geqq 0$
- 若 a、$b\in R$，則 $a^2+b^2\geqq 0$
- 若 a、$b\in R$，$a^2+b^2=0$，則 $a=b=0$
- 若 a、$b\in R$，$a^2+b^2\leqq 0$，則 $a^2+b^2=0 \Rightarrow a=b=0$

➢ 因式分解

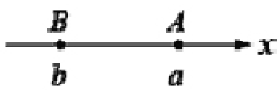
1. $(ac)x^2+(bc+ad)x+bd$ 可以因式分解為 $(ax+b)(cx+d)$。
2. 有理化因式：

- $\sqrt{a}$ 的有理化因式為 $\sqrt{a}$；$\sqrt[3]{a}$ 的有理化因式為 $\sqrt[3]{a^2}$
- $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 和 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 互為有理化因式
- $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ 和 $\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$ 互為有理化因式
- $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ 和 $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$ 互為有理化因式

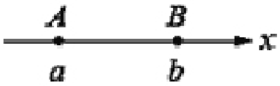
➢ 數線概論

1. 已知 A(a)、B(b) 為一數線上相異兩點則：

- $\overline{AB}=|a-b|$
- 若 A 點在 B 點的右方，即 $a>b$，
  則 $\overline{AB}=|a-b|=a-b$



- 若 A 點在 B 點的左方，即 $a<b$，
  則 $\overline{AB}=|a-b|=-(a-b)=b-a$



2. 數線上三點 A(a)、C(x)、B(b)，已知 C 在 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AC}:\overline{BC}=m:n$，則 $x=\dfrac{na+mb}{m+n}$

3. $|x|<a$：x 代表的點與原點的距離<a

   $|x|\geqq a$：x 代表的點與原點的距離≧a

精選試卷及詳解

考試日期僅供參考

高一數學數與式乘法公式與根式運算

範圍：　數與式　乘法公式與根式運算　　考試日期：　2014/09/04
適用年級：　高中一年級　　適用科目：　數學

題型：　單選題：6題　多選題：1題　選填題：3題

一、單選題

1.(　)
已知 $m^2+n^2=23$，求 $(m+n)^2+(m-n)^2$ 之值為何？
(A) 40　(B) 42　(C) 44　(D) 46　(E) 48

2.(　)
若 $x=\sqrt{5}-2$，求 $2x^2+8x+3$ 之值為何？
(A) $4\sqrt{5}$　(B) $4\sqrt{5}-9$　(C) 5　(D) 6　(E) $\sqrt{5}$

3.(　)
已知 $1+3+5+\cdots+73=37^2$ 與 $1+3+5+\cdots+93=47^2$，試求 $75+77+79+\cdots+93$ 之值為何？
(A) 640　(B) 740　(C) 840　(D) 900　(E) 940

4.(　)
因式分解 $3x^2-5xy+2y^2+11x-8y+6=$ ？
(A) $(3x-2y+2)(x+y-3)$　(B) $(3x+2y+2)(x-y+3)$　(C) $(3x-2y-2)(x-y+3)$
(D) $(3x-2y+2)(x-y-3)$　(E) $(3x-2y+2)(x-y+3)$

5.(　)
試求 $\frac{1}{\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{48}+\sqrt[3]{36}}+\frac{1}{\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16}}+\frac{1}{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{4}}$ 之值為何？
(A) $\frac{1}{2}(4-\sqrt[3]{2})$　(B) $\frac{1}{4}(4-\sqrt[3]{2})$　(C) $\frac{1}{4}(2-\sqrt[3]{2})$　(D) $\frac{1}{4}(3-\sqrt[3]{2})$　(E) $\frac{1}{2}(2-\sqrt[3]{2})$

6.(　)
$\sqrt{48}+\sqrt{12}-\sqrt{27}$ 與下列哪個數相等？
(A) $\sqrt{27}$　(B) $9\sqrt{3}$　(C) $\sqrt{75}$　(D) $\sqrt{3}$

二、多選題

7.(　)

因式分解$(x^2+2x)^2-19(x^2+2x)+60$後，下列何者不是多項式的因式？

(A) $x-3$　(B) $x+5$　(C) $x+2$　(D) $x-2$　(E) $x+1$

三、選填題

8.(　)

因式分解$(6x^2-5xy-6y^2)+(10x-15y)=(ax-by)(cx+2y+d)$，則$a+b+c+d=$ ①② 。

9.(　)

因式分解$m^4-13m^2+36=(m+3)(m-a)(m-b)(m+2)$，求$a+b=$ ① 。

10.(　)

已知a、b為有理數，若$a+(-\sqrt{12}+6)b+\dfrac{23}{2+\sqrt{27}}=0$，則$a+b=\dfrac{①②③}{④}$。

高一數學數與式乘法公式與根式運算

範圍：　　數與式　乘法公式與根式運算　　考試日期：　2014/09/04
適用年級：　高中一年級　　適用科目：　數學
題型：　　單選題：6題　多選題：1題　選填題：3題

一、單選題

1.(D)

已知 $m^2+n^2=23$，求 $(m+n)^2+(m-n)^2$ 之值為何？

(A) 40　(B) 42　(C) 44　(D) 46　(E) 48

解析

$(m+n)^2+(m-n)^2=m^2+2mn+n^2+m^2-2mn+n^2=2(m^2+n^2)=2\times23=46$

2.(C)

若 $x=\sqrt{5}-2$，求 $2x^2+8x+3$ 之值為何？

(A) $4\sqrt{5}$　(B) $4\sqrt{5}-9$　(C) 5　(D) 6　(E) $\sqrt{5}$

解析

將 $x=\sqrt{5}-2$ 代入原式得：

$$\begin{aligned}2x^2+8x+3&=2(\sqrt{5}-2)^2+8(\sqrt{5}-2)+3\\&=2(5-4\sqrt{5}+4)+8\sqrt{5}-16+3=5\end{aligned}$$

3.(C)

已知 $1+3+5+\cdots+73=37^2$ 與 $1+3+5+\cdots+93=47^2$，試求 $75+77+79+\cdots+93$ 之值為何？

(A) 640　(B) 740　(C) 840　(D) 900　(E) 940

解析

$75+77+79+\cdots+93$

$=(1+3+5+\cdots+93)-(1+3+5+\cdots+73)$

$=47^2-37^2=(47+37)(47-37)$

$=84\times10=840$

4.(E)

因式分解 $3x^2-5xy+2y^2+11x-8y+6=$ ？

(A) $(3x-2y+2)(x+y-3)$　(B) $(3x+2y+2)(x-y+3)$　(C) $(3x-2y-2)(x-y+3)$

(D) $(3x-2y+2)(x-y-3)$　(E) $(3x-2y+2)(x-y+3)$

解析

原式$=3x^2-5xy+2y^2+11x-8y+6$

$$\begin{array}{ccc} x & & -y \\ 3x & \times & -2y \\ \hline \end{array}$$

$-3xy-2xy=-5xy$

$\therefore 3x^2-5xy+2y^2=(x-y)(3x-2y)$

設常數為 a、 b

$$\begin{array}{ccc} (x-y) & & a \\ (3x-2y) & \times & b \\ \hline \end{array}$$

$a(3x-2y)+b(x-y)=(3a+b)x+(-2a-b)y$

與原方程式比較 x 、 y 係數可得

$$\begin{cases} 3a+b=11 \cdots\cdots\cdots ① \\ -2a-b=-8 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①$+$②可得 $a=3$

將 $a=3$ 代入①得 $b=2$

$\therefore 3x^2-5xy+2y^2+11x-8y+6=(3x-2y+2)(x-y+3)$

5.(E)

試求 $\dfrac{1}{\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{48}+\sqrt[3]{36}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{4}}$ 之值為何？

(A) $\dfrac{1}{2}(4-\sqrt[3]{2})$ (B) $\dfrac{1}{4}(4-\sqrt[3]{2})$ (C) $\dfrac{1}{4}(2-\sqrt[3]{2})$ (D) $\dfrac{1}{4}(3-\sqrt[3]{2})$ (E) $\dfrac{1}{2}(2-\sqrt[3]{2})$

解析

$\because a-b=(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$

$$\begin{aligned}
\therefore &\frac{1}{\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{48}+\sqrt[3]{36}}+\frac{1}{\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16}}+\frac{1}{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{4}} \\
&=\frac{\sqrt[3]{8}-\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{8}-\sqrt[3]{6}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{48}+\sqrt[3]{36}}+\frac{\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16}}+\frac{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{4}} \\
&=\frac{\sqrt[3]{8}-\sqrt[3]{6}}{2}+\frac{\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{4}}{2}+\frac{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}{2} \\
&=\frac{1}{2}(2-\sqrt[3]{2})
\end{aligned}$$

6.(A)

$\sqrt{48}+\sqrt{12}-\sqrt{27}$ 與下列哪個數相等？

(A) $\sqrt{27}$ (B) $9\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{75}$ (D) $\sqrt{3}$

解析

$$\begin{aligned}\sqrt{48}+\sqrt{12}-\sqrt{27} &= \sqrt{4^2\times 3}+\sqrt{2^2\times 3}-\sqrt{3^2\times 3}\\ &= 4\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}\\ &= 3\sqrt{3}\\ &= \sqrt{3^2\times 3}\\ &= \sqrt{27}\end{aligned}$$

二、多選題

7.(C;D;E)

因式分解$(x^2+2x)^2-19(x^2+2x)+60$後，下列何者不是多項式的因式？

(A) $x-3$ (B) $x+5$ (C) $x+2$ (D) $x-2$ (E) $x+1$

解析

設$x^2+2x=A$

$\Rightarrow (x^2+2x)^2-19\,(x^2+2x)+60=A^2-19A+60$

$$\begin{array}{ccc} A & \times & -15 \\ A & & -4 \\ \hline \multicolumn{3}{c}{-15A-4A=-19A} \end{array}$$

$\Rightarrow$原式$=(A-15)(A-4)$

$=(x^2+2x-15)(x^2+2x-4)$

$=(x+5)(x-3)(x^2+2x-4)$

三、選填題

8.(1;3)

因式分解$(6x^2-5xy-6y^2)+(10x-15y)=(ax-by)(cx+2y+d)$，則$a+b+c+d=$ ①② 。

解析

$(6x^2-5xy-6y^2)+(10x-15y)$

$=(3x+2y)(2x-3y)+5(2x-3y)$

$=(2x-3y)(3x+2y+5)$

$=(ax-by)(cx+2y+d)$

$\Rightarrow a+b+c+d=2+3+3+5=13$

9.(5)

因式分解$m^4-13m^2+36=(m+3)(m-a)(m-b)(m+2)$，求$a+b=$ ① 。

解析

（法一）

$$\begin{aligned}
&m^4-13m^2+36\\
&=(m^4-12m^2+36)-m^2\\
&=(m^2-6)^2-m^2\\
&=[(m^2-6)+m][(m^2-6)-m]\\
&=(m^2+m-6)(m^2-m-6)\\
&=(m+3)(m-2)(m-3)(m+2)\\
&=(m+3)(m-a)(m-b)(m+2)\\
&\Rightarrow a+b=2+3=5
\end{aligned}$$

（法二）

$$\begin{aligned}
&m^4-13m^2+36\\
&=(m^2-4)(m^2-9)\\
&=(m+2)(m-2)(m+3)(m-3)\\
&=(m+3)(m-a)(m-b)(m+2)\\
&\Rightarrow a+b=2+3=5
\end{aligned}$$

10.(-;1;1;2)

已知 a、b 為有理數，若 $a+(-\sqrt{12}+6)b+\dfrac{23}{2+\sqrt{27}}=0$，則 $a+b=\dfrac{①②③}{④}$。

解析

$$\begin{aligned}
&a+(-\sqrt{12}+6)b+\frac{23}{2+\sqrt{27}}=0\\
&\Rightarrow a+(-2\sqrt{3}+6)b+\frac{23}{2+3\sqrt{3}}=0\\
&\Rightarrow a+(-2\sqrt{3}+6)b+\frac{23(2-3\sqrt{3})}{(2+3\sqrt{3})(2-3\sqrt{3})}=0\\
&\Rightarrow a+(-2\sqrt{3}+6)b-(2-3\sqrt{3})=0\\
&\Rightarrow (a+6b-2)+(-2b+3)\sqrt{3}=0
\end{aligned}$$

a、b 為有理數 $\Rightarrow \begin{cases} a+6b-2=0 \\ -2b+3=0 \end{cases}$

故 $(a,b)=(-7,\dfrac{3}{2})$

$\Rightarrow a+b=-7+\dfrac{3}{2}=\dfrac{-11}{2}$